

Про один метод обчислення мультиплікатора Леонт'єва

Мірзоахмедов Ф.

кафедра математичного та інформаційного моделювання
Фінансово-економічний інститут Таджикистану, Таджикистан
mirfakh@mail.ru

A Method for Calculating the Leontief Multiplier

Mirzoahmedov F.

Department of Mathematical and Information Modeling
Finance and Economics Institute of Tajikistan, Tajikistan
mirfakh@mail.ru

Анотація—У статті проаналізовано методичні підходи до отримання кількісних оцінок мультиплікативних ефектів в сучасній економіці. В якості основного інструменту обчислень автором використана міжгалузевий баланс виробництва і розподілу продукції. Проаналізовано ключові фактори, що впливають на оцінку мультиплікаторів в галузях економіки Республіки Таджикистан (РТ). Описано метод обчислення мультиплікативного ефекту.

Abstract—The article deals with the model of interbranch balance Leontief underlying contemporary approaches to economic and mathematical modeling of the interbranch relations in the national economy. The focus is on the general principles of construction and maintenance of the basic model of interbranch balance in the context of the theoretical and practical application of a multiplier for Leontiev sectors of the economy of Tajikistan.

Ключові слова—міжгалузевий баланс, мультиплікатор Леонт'єва, мультиплікативний ефект, вид економічної діяльності, прямі і повні витрати, метод обчислень

Keywords—Input-output analysis (IO analysis), Leontief multiplier, multiplier effect of economic activity, direct and full costs method of calculation

I. ВСТУП

В даний час міжгалузевий баланс (МБ) на рівні національної економіки складають в більше 80-и країнах світу. Для цього будуються моделі на рівні регіонів і великих міст, які становлять основу для формування МБ.

У балансі зводяться:

- співвідношення накопичення і споживання в національній економіці;

- базове виробництво по країні;
- кінцеве і проміжне споживання кожного виду продукту;
- витрати факторів виробництва (праці і капіталу) в галузі;
- прямі і зворотні зв'язки між галузями.

Серед усіх балансів одним з важливих є МБ, на базі якого будують системи національних рахунків (СНР) - сучасні системи інформації, які використовуються практично у всіх країнах світу для аналізу і розвитку ринкової економіки на макрорівні.

Автор на базі таблиці СНС - «Ресурси-використання», пропонує методологію обчислення матричного мультиплікатора Леонт'єва для макроекономічного аналізу.

II. Вихідні Дані для Побудови Моделей

У статті вихідною інформацією послужила матриця міжгалузевих потоків, наведеної в таблиці СНР - «Ресурси-використання» для 51 галузей РТ за 2011 рік підготовленої Агентством по статистиці при Президентіві РТ [1]. Для візуального сприйняття результатів аналізу МБ СНР, агрегуючи дані 51 активної галузі з 91 підгрупам, представимо матрицю міжгалузевого обміну галузей у вигляді 9-и основних галузей національної економіки у вигляді звітної таблиці МБ з реальними даними в базисних цінах (таблиця 1).

ТАБЛИЦЯ І. МАТРИЦЯ МІЖГАЛУЗЕВОГО ОБМІНУ (Тис. Сомоні)

Галузь	Сільське господарство	Промисловість	Торгівля	Транспорт	Послуги	Сервіс	Переробка	Будівництво	Фінанси
1	41 078 39	653 191	40 149	42 129	9 289	3 133	77 465	5 278	32
2	208 723	755 521	129 369	181 504	114 319	16 085	68 124	341 146	65 589
3	806 533	275 228	202 890	81 226	82 082	15 945	80 021	222 599	42 388
4	972 037	338 048	163 556	2 253 267	141 522	118 876	103 602	487 455	140 904
5	298 862	26 079	27 698	208 245	422 140	35 507	4 636	28 419	33 057
6	5 809	1 765	2 573	13 215	2 043	4 233	455	1 742	8 150
7	2 445	3 494	14 676	22 755	5 663	542	244 928	22 778	178
8	8 780	7 311	22 605	20 457	4 418	16 482	972	67 016	8 785
9	214 420	110 028	32 260	350 013	73 360	195 720	17 935	119 441	887 166

Агрегацію окремих галузей здійснено наступним чином, зокрема, деякі із них.

Друга галузь включає підприємства промисловості, в тому числі, переробної.

П'ята галузь включає підприємства галузі послуг - торгівля автотранспортними засобами та мотоциклами; роздрібна торгівля, зокрема, паливом; ремонт предметів особистого користування, послуги готелів і ресторанів, сухопутний, авіаційний і трубопровідний транспорт, діяльність туристичних агентств, пошта та послуги зв'язку, пенсійні послуги, освітні послуги, здоров'я та соціальні послуги, культурні та спортивні заходи.

Шоста галузь включає підприємства галузі сервісу, зокрема послуги в сфері нерухомості, оренди, бізнес-послуги, державне управління та оборона.

Дев'ята галузь включає фінансовий сектор, зокрема банки, страхові, фондові, трастові компанії та компанії з продажу нерухомості.

ІІІ. МЕТОД МОДЕЛЮВАННЯ ЛЕОНТЬЄВА

Розглянемо класичну модель МБ Леонт'єва [2]:

$$x_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j + y_i, \quad i = 1, \dots, n, \quad (1)$$

де $a_{ij} = x_{ij}/x_i$, ($i, j = 1, 2, \dots, n$) - коефіцієнти прямих матеріальних витрат валового продукту i -ї галузі, спрямованого для випуску одиниці валової продукції j -ї галузі, x_{ij} - міжгалузеве споживання (кількість продукції, яку споживає галузь i з галузі j).

Модель Леонт'єва в матричному вигляді записується в такий спосіб:

$$X = AX + Y,$$

або

$$(E - A)X = Y, \quad (2)$$

де (1) і (2) представляють собою систему n рівнянь з $2n$ змінними; n - кількість галузей; E - одинична матриця розмірності n ; $Y = (y_1, y_2, \dots, y_n)^T$ - вектор, елементи якого є кінцевою продукцією (КП) i -ї галузі; $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ - вектор, елементи якого є валовим випуском (ВВ) j -ї галузі; $A = (a_{ij})$, $i = \overline{1, n}$; $j = \overline{1, n}$ - матриця коефіцієнтів прямих матеріальних витрат (таблиця 2).

Матриця $A \geq 0$ визначається продуктивною (productive), якщо для будь-якого $Y \geq 0$ існує рішення $X \geq 0$ рівняння (2). Тобто A продуктивна, якщо $a_{ij} \geq 0$, $0 \leq a_{ij} < 1$,

$\sum_{i=1}^n a_{ij} < 1$, та $\max_j \sum_{i=1}^n a_{ij} \leq 1$, і існує стовпець j такий, що економічний сенс цього визначення полягає у відстеженні невідомого стану продуктивної матриці $A \geq 0$. Якщо існує такий позитивний вектор обсягів виробництва галузей $X \geq 0$, то для кожної галузі може призвести до кількох $Y \geq 0$ кінцевої продукції.

Сукупність співвідношень (1) і (2) називають моделлю МБ Леонт'єва

Як правило, модель МБ (2) використовується для знаходження по заданому вектору КП Y відповідного вектора ВВ:

$$X = (E - A)^{-1} Y, \quad (3)$$

Тут $B = (E - A)^{-1}$ - називається матрицею повних витрат (знак (-1) означає зворотності матриці), а її елементи b_{ij} - коефіцієнтами повних витрат у валовій продукції, що означають продукцію галузі i для виробництва одиниці кінцевої продукції галузі j .

ТАБЛИЦЯ ІІ. ТЕХНОЛОГІЧНА МАТРИЦЯ ПРЯМИХ МАТЕРІАЛЬНИХ ВИТРАТ А

0,221621	0,07435775	0,006087	0,0044251	0,001515	0,000961	0,040145	0,00062351	1,5122E-05
0,0112608	0,086007	0,019614	0,0190649	0,018651	0,004935	0,035304	0,04030212	0,030810785
0,04351313	0,03133128	0,03076	0,0085319	0,013392	0,004892	0,041469	0,02629734	0,019912092
0,05244219	0,03848259	0,024797	0,236681	0,023089	0,03647	0,05369	0,0575867	0,066190084
0,01612385	0,00296873	0,004199	0,0218738	0,06887	0,010893	0,002402	0,00335739	0,015528773
0,00031342	0,000201	0,00039	0,0013881	0,00033	0,001299	0,000236	0,0002058	0,003828416
0,000132	0,00039779	0,002225	0,0023902	0,000924	0,00017	0,12693	0,0026909	8,35912E-05
0,00047371	0,0008323	0,003427	0,002149	0,000721	0,005057	0,0005	0,00791715	0,004126789
0,01156816	0,0125253	0,004891	0,0367649	0,011968	0,060045	0,009295	0,01411051	0,41674952

Матрицю B іноді називають матрицею Леонтьєва або, за аналогією з кейнсіанською концепцією мультиплікатора, матричним мультиплікатором або мультиплікатором Леонтьєва. Матриця елементів b_{ij} по

суті є мультиплікатором, який вказує ефект поширення попиту, первісним джерелом якого є попит на кінцеву продукцію (таблиця 3).

ТАБЛИЦЯ ІІІ. МАТРИЦЯ ПОВНИХ МАТЕРІАЛЬНИХ ВИТРАТ ОБЧИСЛЕНИХ ЗГІДНО $B=(E-A)^{-1}$

	Сільське господарство	Промисловість	Торгівля	Транспорт	Послуги	Сервіс	Переробка	Будівництво	Фінанси
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1,287815	0,105751	0,010739	0,010948	0,004806	0,002756	0,064772	0,006324	0,007429
2	0,020870	1,098977	0,023900	0,031898	0,024089	0,011068	0,049269	0,048264	0,063554
3	0,060426	0,041671	1,033873	0,015630	0,016786	0,008652	0,055024	0,030820	0,040003
4	0,095305	0,067088	0,037258	1,321955	0,037007	0,059148	0,091994	0,083125	0,156815
5	0,025445	0,007621	0,006028	0,032888	1,075505	0,015049	0,007107	0,006528	0,033122
6	0,000700	0,000484	0,000513	0,002193	0,000521	1,001808	0,000556	0,000470	0,006885
7	0,000653	0,000822	0,002769	0,003729	0,001300	0,000424	1,145822	0,003447	0,000787
8	0,001208	0,001397	0,003736	0,003341	0,001050	0,005734	0,001164	1,008449	0,007782
9	0,033139	0,030529	0,012056	0,085403	0,025255	0,107682	0,027094	0,031295	1,727851

Також, можна довести, що матрицю коефіцієнтів повних витрат B можна обчислити наступним чином [3]:

$$E + A + A^2 + A^3 + \dots + A^k + \dots = (E - A)^{-1},$$

де матриці A^2, A^3, A^k обчислюються послідовно, враховуючи що $A^k = A^{k-1}A$, k - визначає розмірність матриці A (таблиця 4).

У рівняння (3) доданок $A Y$ є результатом первинного ефекту мультиплікації (розкладання), $A^2 Y$ - вторинним і т.д. (Таблиця 4).

З елементів таблиці 5 видно, що елементи додатні, що означає:

- елементи таблиць 3 і 4 мало відрізняються один від одного;

- елементи матриці повних витрат B за другим методом менші ніж за першим, отже з меншими затратами можна отримати той же результат.

Таким чином (3) можна представити у вигляді:

$$X = (E - A)^{-1} Y = (E + A + A^2 + A^3 + \dots + A^k) Y. \quad (3-a)$$

Виходячи з (3-а), рішення рівняння (2), крім способу (3), можна отримати ітераційним методом Якобі [3]:

$$X^{(k+1)} = AX^{(k)} + Y, \quad (4)$$

де $k = 0, 1, 2, \dots$ номер ітерації.

ТАБЛИЦЯ IV. МАТРИЦЯ ПОВНИХ МАТЕРІАЛЬНИХ ВИТРАТ ОБЧИСЛЕНИХ ЗГІДНО $B = E + A + A^2 + A^3 + \dots + A^k + \dots$

	Сільське господарство	Промисловість	Торгівля	Транспорт	Послуги	Сервіс	Переробка	Будівництво	Фінанси
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1,287812	0,105749	0,010738	0,010944	0,004805	0,002753	0,064769	0,006322	0,007408
2	0,020864	1,098973	0,023898	0,031888	0,024086	0,011061	0,049264	0,048261	0,063506
3	0,060422	0,041669	1,033872	0,015623	0,016784	0,008648	0,055021	0,030818	0,039973
4	0,095286	0,067074	0,037253	1,321922	0,036999	0,059123	0,091978	0,083113	0,156661
5	0,025442	0,007618	0,006027	0,032883	1,075503	0,015045	0,007104	0,006526	0,033095
6	0,000700	0,000483	0,000513	0,002192	0,000520	1,001807	0,000556	0,000470	0,006881
7	0,000653	0,000822	0,002768	0,003728	0,001299	0,000424	1,145822	0,003447	0,000785
8	0,001207	0,001397	0,003736	0,003340	0,001050	0,005733	0,001163	1,008449	0,007777
9	0,033092	0,030495	0,012043	0,085322	0,025235	0,107620	0,027057	0,031266	1,727458

В таблиці 5 наведено різницю матриць повних витрат розрахованих першим і другим методами.

ТАБЛИЦЯ V. РІЗНИЦЯ МАТРИЦЬ ПОВНИХ ВИТРАТ

	Сільське господарство	Промисловість	Торгівля	Транспорт	Послуги	Сервіс	Переробка	Будівництво	Фінанси
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0,000003	0,000002	0,000001	0,000005	0,000001	0,000003	0,000003	0,000002	0,000021
2	0,000006	0,000004	0,000002	0,000010	0,000003	0,000008	0,000005	0,000003	0,000048
3	0,000004	0,000003	0,000001	0,000006	0,000002	0,000005	0,000003	0,000002	0,000030
4	0,000020	0,000014	0,000005	0,000033	0,000008	0,000025	0,000016	0,000012	0,000155
5	0,000004	0,000003	0,000001	0,000006	0,000001	0,000004	0,000003	0,000002	0,000028
6	0,000000	0,000000	0,000000	0,000001	0,000000	0,000001	0,000000	0,000000	0,000004
7	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000002
8	0,000001	0,000000	0,000000	0,000001	0,000000	0,000001	0,000000	0,000000	0,000005
9	0,000047	0,000034	0,000013	0,000081	0,000020	0,000063	0,000038	0,000028	0,000392

Підставляючи в ітеративну процедуру (4) в якості початкового наближення $X^0 = Y$, обчислимо ефект мультиплікації, що породжується кінцевим попитом: задаючи інші позитивні початкові наближення, зможемо оцінити отримані результати з економічної точки зору.

IV. ПЕТРЕВАГИ МЕТОДУ МОДЕЛЮВАННЯ ЛЕОНТЬСВА

Використання в міжгалузевому аналізі ітеративних методів має наступні переваги:

- зручність для обчислення ефекту мультиплікації;
- передбачення алгебраїчних знань, необхідних для обчислення зворотних матриць;
- можна розглядати як модель механізму «налаштування» неваріантних параметрів економіки навіть безвідносно до міжгалузевого аналізу.

Формула [3] визначає, якщо сума елементів матриці A з будь-якого одного стовпця (рядка) строго менше одиниці, то процес ітерацій сходиться до точного розв'язання системи при будь-якому початковому векторі. Якщо ж сума елементів матриці A в будь-якому її стовпці (рядку) не перевищує одиниці, то процес ітерацій сходиться до точного розв'язку системи при початковому векторі, що знаходиться досить близько до нього.

Таким чином, перевірка матриці прямих витрат A на продуктивність одночасно є і перевіркою ітеративного процесу на збіжність. У цьому полягає друга перевага методу ітерацій при вирішенні завдань МБ.

Слід зазначити, що точне рішення системи отримуємо тільки в результаті нескінченного процесу і довільний вектор з отриманої послідовності є наближеним рішенням.

Оцінка похибки цього наближеного рішення визначається формулою [3]:

$$|X^{(k+1)} - X^{(k)}| \leq \varepsilon, \varepsilon = \text{const},$$

де ε - необхідна точність рішення, яка в будь-якому випадку не перевищує точності задання елементів матриці прямих витрат A і компонентів вектора кінцевого продукту Y . Оскільки точність рішення, отриманого традиційним методом (3), також не перевищує точності задання A і Y , то програшу в точності тут не спостерігається.

При аналізі МБ з кількістю галузей понад п'ять для вирішення системи (2) застосування методу зі зворотним матриці (3) призводить до втрат в точності.

Застосування методу (4) видається більш зручним, але і тут можуть бути проблеми точності. Елементи матриці A величини дробові і менші одиниці. Якщо при вирішенні системи (2) методом (3) доводиться множити, ділити і віднімати подібні величини, то виникнення проблеми точності отриманого рішення неминуче.

За результатами сумування елементів матриці повних витрат (таблиця 4) по стовпцях отримуємо матричний мультиплікатор Леонт'єва (таблиця 6), який, по суті, є мультиплікатором, що показує ефект поширення попиту, первісним джерелом якого є попит на КП.

ТАБЛИЦЯ VI. Матричний Мультиплікатор Леонт'єва

Сільське господарство	Промисловість	Торгівля	Транспорт	Послуги	Сервіс	Переробка	Будівництво	Фінанси
1,52547674	1,35427950	1,13084911	1,50784387	1,18628197	1,21221332	1,44273472	1,21867162	2,04354312

З Таблиці 6 - галузевих мультиплікаторів Леонт'єва, можна зробити висновки, що коефіцієнт ефективності додаткового інвестування на 1 тис. сомоні дає збільшення ВВ у відповідні галузі становить: у сільське господарство 1,525; в промисловість - 1,354; в торгівлю - 1,131; транспорт - в 1,508; послуги - 1,18628197; сервіс в 2,774; переробку - в 2,774; будівництво - 1,219; фінанси - 2,044 .

Серед проаналізованих галузей, збільшення ВВ галузі послуг є найбільшим, хоча ця галузь є невиробничою частиною економіки, і свій максимальний розвиток отримує тільки при наявності розвинених виробничих галузей: сільського господарства і промисловості (в тому числі, переробної і видобувної).

Висновки

Таким чином, вироблені за МБ обчислення з урахуванням мультиплікаторів Леонт'єва дозволяють оцінювати прямі і непрямі наслідки змін, в тому числі

технології і структур виробництва, в споживчому попиті, імпортозаміщення, зовнішній торгівлі, інвестуванні, у співвідношенні цін і доходів і в масштабах економіки країни.

ЛІТЕРАТУРА REFERENCES

- [1] Формирование таблицы «Ресурсы-использование» (По итогам 2011 года по Республике Таджикистан), Агентство по статистике при Президенте Республики Таджикистан, Душанбе, 2015г. , 84 стр.
- [2] Леонт'єв В.В. Исследования структуры американской экономики. Теоретический и эмпирический анализ по схеме затраты, М., Госстатиздат, 1958г., - 640с.
- [3] Мирзоахмедов Ф. Макроэкономический анализ национальной экономики на базе межотраслевого баланса Леонт'єва. Журнал «Таджикистан и современный мир» Центр стратегических исследований при Президенте Республики Таджикистан, № 5 (48), Душанбе, 2015г.
- [4] Burden R.L., Faires J.D., Burden A.M., Numerical Analysis. Cengage Learning, 2015. -P. 912.