

Про одну задачу фільтраційної консолідації та контактної суфозії ґрунтів (двовимірний випадок)

В.А. Герус
кафедра прикладної математики
Національний університет
водного господарства
та природокористування
Рівне, Україна
v.a.gerus@nuwm.edu.ua

П.М. Мартинюк
кафедра прикладної математики
Національний університет
водного господарства
та природокористування
Рівне, Україна
Martinjuk@ukr.net

О.Р. Мічута
кафедра прикладної математики
Національний університет
водного господарства
та природокористування
Рівне, Україна
michuta@ukr.net

About one task of filtration consolidation and suffusion soil contact (two-dimensional case)

V.A. Gerus
Department of Applied Mathematic
National University of Water
Management and National
Resources Use
Rivne, Ukraine
v.a.gerus@nuwm.edu.ua

P.M. Martyniuk
Department of Applied Mathematic
National University of Water
Management and National
Resources Use
Rivne, Ukraine
Martinjuk@ukr.net

O.R. Michuta
Department of Applied Mathematic
National University of Water
Management and National
Resources Use
Rivne, Ukraine
michuta@ukr.net

Анотація—Вдосконалено математичну модель взаємозв'язаних процесів фільтраційної консолідації, тепломасоперенесення та контактної суфозії в неоднорідних ґрунтах. Програмно реалізовано розв'язок відповідної крайової задачі методом скінчених елементів. Проаналізовано вплив суфозійних явищ на фільтраційну консолідацію в ґрунті, оцінені просідання ґрунту за рахунок зміни напорів та за рахунок зміни концентрації суфозійних частинок.

Abstract—Mathematical model of interrelated processes of filtration consolidation, heat-mass transfer and contact suffusion in heterogeneous soils have been improved. Software solution appropriate boundary problem finite element method have been implemented. The influence suffusion phenomena on the consolidation of filtration in the soil, soil subsidence due to changes in pressures and by changing the concentration of particles suffusion have been analysed.

Ключові слова—метод скінчених елементів; фільтраційна консолідація ґрунту; механічна суфозія, теплосоперенесення.

Keywords— *finite element method, soil consolidation filtration, mechanical suffusion, heat-mass transfer*

I. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Розглянемо масив ґрунту в області Ω_1 , який привантажений ґрунтом в області Ω_2 більш великої фракції (рис. 1) Під впливом висхідного фільтраційного потоку суфозійні частинки з області Ω_1 можуть проникати в область Ω_2 . В результаті межа контакту двох ґрунтів $\Gamma_{12}(t)$ є рухомою і змінює своє положення в часі. Тому область Ω_2 – це ґрунт, який складається із «скелету» та суфозійних частинок з концентрацією $\sigma(\mathbf{X}, t)$. Під концентрацією $\sigma(\mathbf{X}, t)$ частинок в деякому виділеному об'ємі V пористого середовища будемо розуміти відношення об'єму суфозійних частинок до всього виділеного об'єму V . Тому $\sigma_{\max}(\mathbf{X}, t) = (1 - n_1) \cdot n_2$, де n_i – функції пористості «чистого» ґрунту в областях $\Omega_i, i = 1, 2$.

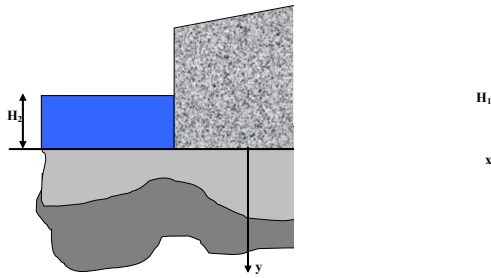


Рис. 1. Фільтраційна консолідація та контактна суфозія в неоднорідному масиві ґрунту

II. МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПРОЦЕСУ ФІЛЬТРАЦІЙНОЇ КОНСОЛІДАЦІЇ ТА КОНТАКТНОЇ СУФОЗІЇ

Математична модель задачі фільтраційної консолідації з врахуванням багато фракційної суфозії згідно вищевказаної постановки описується наступною крайовою задачею [1-4]:

$$\frac{\partial h(\mathbf{X}, t)}{\partial t} = \frac{(1 + e^{(0)})(1 + \xi)}{2\gamma\alpha \left(1 - \sum_{i=1}^S \sigma^{(i)}\right)} \times$$

$$\times \nabla \cdot (\mathbf{K}_h(c, T, e) \nabla h(\mathbf{X}, t) - \mathbf{K}_c \nabla c(\mathbf{X}, t) - \mathbf{K}_T \nabla T(\mathbf{X}, t)) + \frac{\partial h^*}{\partial t} + \frac{1}{2\gamma} \frac{\partial \Theta^*}{\partial t},$$

$$\nabla \cdot (\mathbf{D} \nabla c(\mathbf{X}, t)) + \nabla \cdot (\mathbf{D}_T \nabla T(\mathbf{X}, t)) -$$

$$- \mathbf{u} \nabla c(\mathbf{X}, t) = n \frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial N}{\partial t},$$

$$\nabla \cdot (\lambda(c) \nabla T(\mathbf{X}, t)) - \rho c_p \nabla T(\mathbf{X}, t) = c_T \frac{\partial T}{\partial t},$$

$$\nabla \cdot (\mathbf{D}^{(i)} \nabla \sigma^{(i)}(\mathbf{X}, t) + \mathbf{f}(\sigma, \sigma_{\max}, \mathbf{u}, \mathbf{u}_{kr})) \times$$

$$\times \sigma^{(i)}(\mathbf{X}, t) \mp w_i \cdot \nabla z = \frac{\partial \sigma^{(i)}(\mathbf{X}, t)}{\partial t}, i = \overline{1, S}, \mathbf{X} \in \overline{\Omega}_2,$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} = -\gamma_1 (c - C_m),$$

$$\mathbf{q}^{(i)}(\mathbf{X}, t) = \mathbf{F}(\sigma^{(i)}, \sigma_{\max}, \mathbf{u}, \mathbf{u}_{kr}), i = \overline{1, S}, \mathbf{X} \in \Omega_2,$$

$$\mathbf{u} = -\mathbf{K}_h(c, T, \sigma, e) \nabla h(\mathbf{X}, t) + \mathbf{K}_c \nabla c(\mathbf{X}, t) + \mathbf{K}_T \nabla T(\mathbf{X}, t),$$

кінематичні граничні умови

$$\left(\sigma_{\max} - \sum_{i=1}^S \sigma^{(i)}(\mathbf{X}, t) \right) \frac{d\Gamma_{12}(\mathbf{X}, t)}{dt} =$$

$$= - \sum_{i=1}^S (\mathbf{q}^{(i)}, \mathbf{n}_{12}), (\mathbf{X}, t) \in \Gamma_{12}(\mathbf{X}, t),$$

$$\frac{d\Gamma_{02}(\mathbf{X}, t)}{dt} = - \frac{1}{n_y^{(12)}} \cdot \frac{d\Gamma_{12}(\mathbf{X}, t)}{dt} +$$

$$+ \frac{2\gamma\alpha}{(1 + \bar{e})(1 + \xi)} \int_{\Gamma_{02}(\mathbf{X}, t)}^l \frac{\partial h(\mathbf{X}, t)}{\partial t} dy, (\mathbf{X}, t) \in \Gamma_{12}(\mathbf{X}, t),$$

початкові умови

$$h(\mathbf{X}, 0) = H_0(\mathbf{X}), c(\mathbf{X}, 0) = c_0(\mathbf{X}),$$

$$T(\mathbf{X}, 0) = T_0(\mathbf{X}), \sigma_m^{(i)}(\mathbf{X}, 0) = \sigma_m^{(0)}(\mathbf{X}), i = \overline{1, S},$$

$\Gamma_{12}(0) = \Gamma_{12}^{(0)}, \Gamma_{02}(0) = \Gamma_{02}^{(0)}$. Також крайова задача містить граничні умови для невідомих функцій, а також умови спряження на межі контакту.

III. ЧИСЕЛЬНЕ РОЗВ'ЯЗАННЯ КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ

Числовий розв'язок сформованої математичної моделі у вигляді нелінійної крайової задачі знайдено методом скінчених елементів (МСЕ).

Аналіз результатів проведених числових експериментів розрахунку надлишкових напорів та концентрації суфозійних часток свідчить, що суфозійні процеси не значно впливають на розподіл напорів. Однак, зміна концентрації суфозійних частинок значно більше впливає на просідання ґрунту, ніж зміна напорів. Такі просідання (від загальних) можуть складати близько 80%.

ВИСНОВКИ

Отже, можна зробити висновок, що при проектуванні споруд на неоднорідних суфозійних ґрунтах обов'язково потрібно проводити попередні прогностичні розрахунки величини просідань поверхні ґрунту для недопущення аварійних ситуацій.

ЛІТЕРАТУРА REFERENCES

- [1] П. М. Мартинюк, О. В. Гошко Математична модель фільтраційної консолідації ґрунтів з урахуванням багатofракційної суфозії // Вісник Київського ун-ту. Сер. фіз.-матем. науки. – 2013. – Вип. 4. – С. 136–141.
- [2] И. В. Сергиенко, В. В. Скопецкий, В. С. Дейнека Математическое моделирование и исследование процессов в неоднородных средах. – Киев: Наук. думка, 1991. – 432с.
- [3] A. P. Vlasyuk, P. M. Martynyuk, O. R. Fursovych Numerical solution of a one-dimensional problem of filtration consolidation of saline soils in a nonisothermal regime // Journal of Mathematical Sciences. – 2009. – Vol. 160, № 4. – P. 525–535.
- [4] A. P. Vlasyuk, P. M. Martynyuk Numerical solution of three-dimensional problems of filtration consolidation with regard for the influence of technogenic factors by the method of radial basis functions // Journal of Mathematical Sciences. – 2010. – Vol. 171, № 5. – P. 632–648.