

# Математичне моделювання при оптимізації телекомунікаційних мереж

Л.М. Колєчкіна

кафедра документознавства та інформаційної діяльності  
в економічних системах інформатики  
Полтавський університет економіки і торгівлі  
Полтава, Україна  
ludapl@ukr.net

О.С. Пічугіна

кафедра прикладної математики  
Харківський національний  
університет радіоелектроніки  
Харків, Україна  
pichugina\_os@mail.ru

## Mathematical modeling in optimization of telecommunication networks

L.M. Kolechkina

Department of Documentation and Information Activities  
in IT Economic Systems  
Poltava University of Economics and Trade  
Poltava, Ukraine  
ludapl@ukr.net

O.S. Pichugina

Department of Applied Mathematics  
Kharkiv National University  
of Radio Electronics  
Kharkiv, Ukraine  
pichugina\_os@mail.ru

*Анотація*—В роботі представлено математичну модель двокритеріальної задачі оптимізації швидкості та якості передачі по телекомунікаційній мережі. Вона представляє собою лінійну умовну модель на композиційному образі загальної множини переставлень і булевої множини і може бути розв'язана як стандартними методами комбінаторної оптимізації такими як метод комбінаторних відсікань, так і графовими методами як задача оптимізації на структурному графі переставлень в поєднанні з графом гіперкубу.

*Abstract*—The paper presents a mathematical model of a two-criteria problem of optimization of speed and quality for information transmission in telecommunications networks. It is a constrained linear model over a composite image of the general permutation set and the boolean set. It can be solved by standard combinatorial optimization techniques such as the combinatorial cutting method. Also, optimization on graphs is applicable in this case, since it is simulated on both - the structural permutation graph and the hypercube graph.

*Ключові слова*—телекомунікаційна мережа; передача інформації; якісний коефіцієнт завантаження мережі; структурний граф переставлень; загальна множина переставлень; булева множина, комбінаторна оптимізація.

*Keywords*—a telecommunications network; information transmission; the network load quality coefficient; the structural permutation graph; the general permutation set; the boolean set, combinatorial optimization.

### I. ВСТУП

Створення ефективного інформаційного простору передбачає активне використання телекомунікаційних систем і мереж інформаційного обміну, широкомасштабну комп'ютеризацію процесів обробки інформації в усіх сферах діяльності. Інформаційна інфраструктура – це комплекс програмно-технічних засобів, організаційних систем і нормативних баз, який забезпечує організацію взаємодії інформаційних потоків, функціонування і розвиток засобів інформаційної взаємодії та інформаційного простору світу, континенту, країни, регіону чи організації [1-6].

Інформаційна інфраструктура включає в себе територіально розподілені державні та корпоративні комп'ютерні і телекомунікаційні мережі, системи конфіденційного призначення і загального користування, мережі та канали передачі даних, засоби комутації та управління інформаційними потоками.

Поява мобільного зв'язку та бездротових мереж істотно вплинула на організацію телекомунікаційних мереж і на сьогоднішній день мережі вони охоплюють величезні території з великим числом користувачів [1]. Серед багатьох вимог, що висувуються до бездротових мереж, основною є забезпечення високої продуктивності з гарантованою якістю обслуговування запитів користувачів. Сфера телекомунікацій є одним з найбільших секторів світової економіки, що динамічно

розвивається і формує передумови для подальшого розвитку інформаційного суспільства. Світова телекомунікаційна сфера надає широкий спектр сучасних телекомунікаційних і інформаційно-комунікаційних послуг, якісні характеристики яких відповідають потребам найвимогливіших споживачів. В той же час, розвиток сфери телекомунікацій, в свою чергу, значно впливає як на соціальний, так і на економічний розвиток багатьох країн. Отже, дослідження питань, пов'язаних з визначенням ступеня і закономірностей впливу розвитку телекомунікацій на розвиток економіки в цілому, актуальні.

## II. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

В організації будь-якої телекомунікаційної мережі можна виділити рівні, які відокремлені територіально і взаємодіють між собою. В свою чергу, ці рівні системи можна розглядати як накладені мережі різних технологій.

Абсолютна більшість інформаційних потоків, що передаються в сучасних телекомунікаційних мережах, утворюють мультимедійний трафік. Він характеризується нерівномірністю надходження запитів на передачу потоків мультимедійної інформації, що призводить до виникнення як тимчасових перевантажень в мережі, так і інтервалів часу з недостатньою завантаженістю каналів [1]. Внаслідок цього, канали мережі використовуються недостатньо ефективно. Відомі різні методики кількісної оцінки ефективності використання каналів телекомунікаційної мережі [4, 11]. Їх аналіз свідчить про те, що вони не дозволяють точно визначити, наскільки раціонально використовується пропускна здатність каналів мережі. Тому ми вважаємо за доцільне знайти такий спосіб обчислення завантаженості каналу і якості передачі інформації, який відображав би реальну ефективність використання каналних ресурсів.

З цією метою розглянемо телекомунікаційну систему, що накопичує інформацію по предметних областях (порталах) і здійснює передачу інформації на сервери, робочі станції, термінали, тощо. Необхідно скласти такий план розподілу деякого об'єму інформації по предметних областях на порталах і її передачі, щоб мінімізувати сумарну швидкість її передачі на комп'ютери і максимізувати сумарний якісний коефіцієнт завантаження. При цьому необхідно врахувати: інтенсивність потоку запитів на передачу інформації по каналу телекомунікаційної мережі; середню швидкість передачі потоку інформації; дискретність обсягів інформації, що передається тощо.

Для вирішення даної проблематики в ряді робіт [10-11] пропонується використовувати математичну модель мережі, що представляє собою набір графів, які можуть відрізнятися як кількістю ребер і вершин, так і топологією графів в цілому. Відзначимо також, що в наведених роботах пропонується модель побудови телекомунікаційних мереж за умови, що місцезнаходження обладнання вузлів мережі, які забезпечують функціонування кожного з її рівнів, відоме.

Для побудови математичної моделі введемо необхідні позначення: визначимо  $m$  предметних областей (порталів) і позначимо їх множину  $A_i, i \in J_m = \{1, \dots, m\}$ . Нехай також,  $I^k, k \in J_p$  - набір видів інформації. Вважаємо, що на кожному порталі  $A_i$  накопичено деяку невідому кількість  $g_i^k$  одиниць інформації виду  $I^k$ . При цьому інформація розподіляється між  $n$  персональними комп'ютерами (серверами, терміналами)  $B_j, j \in J_n$ .

Нехай відомі наступні параметри: а)  $g_{ij}^k$  - швидкість передачі одиниці інформації виду  $I_k$  з предметної області  $A_i$  на комп'ютер  $B_j$ ; б)  $d_{ij}^k$  - коефіцієнт якості відображення одиниці інформації виду  $I_k$  з предметної області  $A_i$  на комп'ютері  $B_j$ .

Потрібно скласти план розподілу інформації різних видів на порталах та передачі її на комп'ютери з метою мінімізації сумарного часу передачі і максимізації сумарного якісного коефіцієнта завантаження (під сумарним якісним коефіцієнтом завантаження будемо розуміти суму якісних коефіцієнтів завантаження кожної предметної області порталу.) та за умови виконання наступних умов:

а) невідомі величини  $g_i^k$  набувають дискретних значень із мультимножини  $G = \{g_1, \dots, g_s\}, s = \text{mp} : g_i^k \in G, i, k$ . Більш того, вони в цілому утворюють  $G : \{g_i^k\}_{i,k} = G$ ;

б) весь обсяг інформації передається  $g_i^k$  на один з комп'ютерів;

в) обсяг потоку інформації, що передається по каналу «предметна область  $A_i$  - комп'ютер  $B_j$ » не перевищує заданої величини  $l_{ij}, i, j$ ;

г) в кожному комп'ютері  $B_j$  має зберігатися не менше заданої величини  $b_j^k$  інформації типу  $I_k, j, k$ ;

д) середня швидкість передачі потоку інформації обмежена величинами  $v_{\min}, v_{\max}$ .

## III. Побудова математичної моделі

Для побудови математичної моделі задачі введемо в розгляд матрицю невідомих  $g = (g_i^k)_{i,k}$ , а також булеві змінні  $y_{ij}^k : y_{ij}^k = 1$ , якщо вся інформація з області  $A_k$  виду  $I^k$  передається на комп'ютер  $B_j$ , інакше 0. Тоді  $g_i^k \cdot y_{ij}^k$  -

це обсяг інформації з області  $A_k$  виду  $I^k$ , що пересилається на  $B_j$ , тобто величина з мультимножини  $G \cup \{0\}$  ( $i, j, k$ ).

Наша задача полягає у визначенні матриць  $\mathbf{g}, \mathbf{y} = (y_{ij}^k)_{i,j,k}$ , які доставляють:

$$F_1(\mathbf{g}, \mathbf{y}) = \min_{\mathbf{g} \in R^s, \mathbf{y} \in R^t} \sum_{k=1}^p \sum_{i=1}^m g_i^k \sum_{j=1}^n \frac{y_{ij}^k}{g_{ij}^k} \quad (1)$$

$$F_2(\mathbf{g}, \mathbf{y}) = \max_{\mathbf{g} \in R^s, \mathbf{y} \in R^t} \sum_{k=1}^p \sum_{i=1}^m g_i^k \sum_{j=1}^n d_{ij}^k y_{ij}^k, \quad (2)$$

за наступних обмежень:

а) комбінаторна умова, яка враховує перестановочні властивості області допустимих розв'язки  $\mathbf{g}$ :

$$(g_1^1, \dots, g_m^1, \dots, g_1^p, \dots, g_m^p) \in E_{SS'}(G), \quad (3)$$

де  $s'$  - кількість різних елементів  $G$ ,  $E_{SS'}(G)$  - загальна множина  $s$ -перестановок з  $G$  [12];

б) умова булевості  $\mathbf{y}$ :

$$(y_{11}^1, \dots, y_{1n}^1, \dots, y_{m1}^p, \dots, y_{mn}^p) \in \{0, 1\}^t = B_t, \quad t = m \cdot n \cdot p, \quad (4)$$

і умова передачі інформації одного типу з порталу повністю:

$$\sum_{j=1}^n y_{ij}^k = 1, \quad i, k \quad (5)$$

в) обмеження на обсяги потоків інформації:

$$\sum_{k=1}^p g_i^k y_{ij}^k \leq l_{ij}, \quad i, j \quad (6)$$

г) умови на обсяги завантаження комп'ютерів інформацією відповідних типів:

$$\sum_{i=1}^m y_{ij}^k \geq b_i^k, \quad i, k \quad (7)$$

д) обмеження по середній швидкості передачі:

$$v_{\min}^{-1} \leq g_i^k / g_{ij}^k \leq v_{\max}^{-1}, \quad i, j, k \quad (8)$$

## ВИСНОВКИ

Представлена модель (1)-(8) - двокритеріальна, умовна, лінійна, комбінаторна, що формулюється на декартовому добутку  $E_{SS'}(G) \otimes B_t$  загальної множини перестановок і булевої множини. З її допомогою можна максимізувати швидкість пошуку потрібної інформації для користувача, забезпечуючи при цьому її якість та ефективне використання ресурсів мережі.

До її розв'язання можна застосувати методи векторної оптимізації, зокрема метод згортання критеріїв для зведення задачі до умовної лінійної моделі на  $E_{SS'}(G) \otimes B_t$ . Далі задача може розв'язуватися методами умовної комбінаторної оптимізації або на графовими методами [10].

## ЛІТЕРАТУРА REFERENCES

- [1] Koliechkina L. N., Dvernaya O. A., Nagornaya A. N. Modified Coordinate Method to Solve Multicriteria Optimization Problems on Combinatorial Configurations // Cybernetics and Systems Analysis. – No. 4, July–August, 2014, pp. 154–161.
- [2] Chiang M. Balancing Transport and Physical Layers in Wireless Multihop Networks: Joint Optimal Congestion and Power Control / M. Chiang // IEEE Journal on Selected Areas in Commun. – Vol. 23, No. 1. – 2005. – P. 104-116.
- [3] Skalli H. Channel Assignment Strategies for Multiradio Wireless Mesh Networks: Issues and Solutions / H. Skalli, S. Ghosh, S.K. Das, L. Lenzi, M. Conti // IEEE Comm. Magazine. – 2007. – Vol. 45, No. 11. – P. 86-95.
- [4] Singh K. Review on Routing Protocols in Wireless Mesh Networks / K. Singh, S. Behal // International Journal of Application or Innovation in Engineering & Management (IJAEM). – 2013. – ol. 2, Iss. 2. – P. 143-149.
- [5] Агеев Д.В. Метод проектирования телекоммуникационных систем с использованием потоковой модели для многослойного графа [Электронный ресурс] / Д.В. Агеев // Проблемы телекоммуникаций. – 2010. – № 2 (2). – С. 7 – 22.
- [6] Агеев Д.В. Представление модели в виде многослойного графа для решения задач планирования инфокоммуникационной системы с учетом структурированной кабельной системы [Электронный ресурс] / Д.В. Агеев // Проблемы телекоммуникаций. – 2013. – № 3 (12). – С. 16 – 26.
- [7] Гаркуша С.В. Обзор та класифікація протоколів маршрутизації в mesh-мережах стандарту IEEE 802.11 // Збірник наукових праць ВПІ НТУУ „КПІ”. – 2012. – № 1. – С. 14-23.
- [8] Поповский В.В., Лемешко А.В., Евсеева О.Ю. Симплициальная модель оценки структурной сложности телекоммуникационных систем // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2003. – Вып. 5 (5). – С. 48-51.
- [9] Гаркуша С.В. Особенности использования гиперграфов при моделировании многоканальных mesh-сетей стандарта IEEE 802.11 // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. – 2013. – Вып. 175. – С. 160-169.
- [10] Донець Г.П., Колечкіна Л. М. Екстремальні задачі на комбінаторних конфігураціях. – Полтава: РВВ ПУЕТ, 2011. – 309 с.
- [11] Семенова Н. В., Колечкіна Л. Н., Нагорная А. Н. Подход к решению векторных задач дискретной оптимизации на комбинаторном множестве перестановок // Кибернетика и системный анализ – 2008. – № 3 – С. 158–172.
- [12] Стоян Ю. Г., Ємець О. О. Теорія і методи евклідової комбінаторної оптимізації. - К.: Ін-т систем. досліджень освіти, 1993. -188 с.