Синтез Моделей Багатокритеріального Оцінювання Методом Компараторної Ідентифікації

Володимир Безкоровайний, Оксана Драз
кафедра системотехніки
Харківський національний університет радіоелектроніки
Харків, Україна
vladimir.beskorovainyi@nure.ua oksana.draz@nure.ua

Валерій Семенець
ректор
Харківський національний університет радіоелектроніки
Харків, Україна

Synthesis of Multi-Criteria Estimation Models by Comparator Identification

Volodymyr Beskorovainyi
Department of System Engineering
Kharkiv National University of Radioelectronics
Kharkiv, Ukraine
vladimir.beskorovainyi@nure.ua

Oksana Draz
Department of System Engineering
Kharkiv National University of Radioelectronics
Kharkiv, Ukraine
oksana.draz@nure.ua

Анотація—Запропоновано метод структурно-параметричного синтезу моделей багатокритеріального оцінювання, побудованих на основі поліному Колмогорова-Габора, з універсальними функціями корисності часткових критеріїв. Метод базується на технології компараторної ідентифікації, що дозволяє здійснювати перехід від ординалістичних оцінок особи, що приймає рішення, до кількісних скалярних оцінок рішень.

Abstract—The method of structural-parametric synthesis of multi-criterion estimation models is constructed on the Kolmogorov-Gabor polynomial basis, with universal functions of utility of partial criteria is proposed. The method is based on the technology of comparative identification, which allows to the transition from the ordinances of the decision maker to quantitative scalar estimates of the decisions.

Ключові слова—системи прийняття рішень; модель багатокритеріального оцінювання; функція корисності часткових критеріїв; поліном Колмогорова-Габора

Keywords—decision-making system; multicriteria assessment model; function of usefulness of partial criteria; Polmogon Kolmogorov-Gabor

I. Вступ

Процеси проектування, планування розвитку, реінжинірингу та керування сучасними антропогенними об'єктами передбачають розв'язання задач оптимізації за множинами функціональних і вартісних показників. При цьому однією з першочергових задач вважається задача синтезу моделей для скалярного багатокритеріального оцінювання варіантів.

Методологія розв'язання задач багатокритеріальної оптимізації базується на теорії прийняття рішень [1–3]. При цьому вибір найкращого рішення з множини ефективних тільки в найпростіших ситуаціях може здійснюватися особою, яка приймає рішення (ОПР) без використання формальних методів або з використанням методу аналізу ієрархії. Для автоматизації процедур оцінки альтернативних рішень необхідно залучення додаткової інформації щодо цінності окремих формалізованих властивостей (часткових критеріїв) і їх значень. Це обумовлює актуальність задачі розробки ефективної математичної моделі для автоматичного оцінювання та вибору рішень за множиною часткових критеріїв з використанням методології компараторної ідентифікації переваг ОПР чи експертів.

II. Аналіз сучасного стану проблеми

Найважливішим завданням формалізації процесу вибору рішень за множиною критеріїв є визначення метрики для їх ранжирування. Як методологічна основа для побудови метрики традиційно використовується теорія корисності [4], відповідно до якої для кожного з рішень x з допустимої множини X може бути визначено значення його загальної корисності (цінності) $P(q,x)$ (де q – вектор параметрів функції). При цьому для всіх $x, y \in X$

виконуються умови: $x \sim y \leftrightarrow P(q,x) = P(q,y)$; $x \succ y \leftrightarrow P(q,x) > P(q,y)$; $x \succeq y \leftrightarrow P(q,x) \geq P(q,y)$.

Через неповну визначеності вимог до властивостей багатокритеріальних рішень як функцію загальної корисності (ФЗК) використовують функцію належності нечіткій множині «краще рішення», що може бути подана як множина упорядкованих пар [5]:

$$\text{«Краще рішення»} = \{ < x, P(q,x) > \}, \qquad (1)$$

де $x \in X$ – рішення з множини допустимих; $P(q,x)$ – значення функції (ступінь) належності рішення $x \in X$ нечіткій множині «Краще рішення» (1).

Визначення метрики $P(q,x)$ для ранжирування рішень з множини допустимих $x \in X$ полягає в розв'язанні задачі ідентифікації переваг ОПР і передбачає розв'язання підзадач структурного та параметричного синтезу ФЗК $P(q,x)$. У загальному випадку це передбачає вибір критерію подібності, набору інформативних вхідних даних, структури та параметрів функції, оцінки її точності (адекватності перевагам ОПР). За умови визначеної структури моделі $P(q,x)$ задача зводиться до визначення найкращих значень її параметрів з множини допустимих $q \in Q$.

Як критерії ідентифікації, у залежності від умов задачі використовуються мінімум сумарної, сумарної квадратичної, максимальної, абсолютної чи відносної похибки оцінки загальної корисності, максимум функції правильності вибору або мінімум похибки відновлення порядку альтернатив $x \in X$ [6].

Моделі багатокритеріального оцінювання та вибору синтезуються на основі адитивних, мультиплікативних або змішаних ФЗК з використанням вагових коефіцієнтів λ_i та функцій корисності $\xi_i(x)$ часткових критеріїв $k_i(x)$, $i = \overline{1,m}$ [6, 7]. Найбільш поширеною функцією корисності часткових критеріїв (ФКЧК) є функція [7]:

$$\xi_i(x) = \left(\frac{k_i(x) - k_i^-}{k_i^+ - k_i^-} \right)^{\alpha_i}, \qquad (2)$$

де α_i – параметр, що визначає вид залежності (2); при $\alpha_i = 1$ реалізується лінійна, при $0 < \alpha_i < 1$ – опукла, при $\alpha_i > 1$ – увігнута залежності.

Недоліком ФКЧК (2) вважається її нездатність реалізовувати *S*- та *Z*-подібні залежності, що більш адекватно описують ситуації вибору багатокритеріальних рішень з використанням нечіткої математики [5, 8-9].

Якщо в моделі оцінювання визначено вектор вагових коефіцієнтів $\lambda_i \geq 0,\ \lambda_{ij} \geq 0$, $i = \overline{1,m}$ та параметри α_i, функцій корисності часткових критеріїв $\xi_i(x)$, $i = \overline{1,m}$, то задача вибору найкращого рішення за множиною критеріїв може бути зведена до задачі оптимізації виду:

$$x^o = arg \max_{x \in X} P(q,x). \qquad (3)$$

Через свою складність задача визначення вектора параметрів моделей багатокритеріального оцінювання традиційно розв'язується в два етапи. На першому етапі шляхом апроксимації оцінок експертів здійснюється визначення параметрів ФКЧК (2) α_i, $i = \overline{1,m}$. На другому етапі експертним шляхом методами ранжирування, приписування балів, послідовних переваг або парних порівнянь визначаються вагові коефіцієнти часткових критеріїв $\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_m$ та, за необхідності, адаптаційний параметр g [8]. Недоліками цих методів вважаються складність і відносно невисока точність оцінок.

Як альтернатива експертному визначенню вагових коефіцієнтів часткових критеріїв використовується технологія компараторної ідентифікації [6-7]. Для структурно-параметричної ідентифікації моделей змішаного виду, запропоновано використовувати метод групового урахування аргументів на основі генетичних алгоритмів [9]. Практичне застосування цього методу обмежується його високою часовою складністю і невисокою точністю одержуваних рішень.

Огляд сучасного стану проблеми автоматизації багатокритеріального оцінювання та вибору показує, що до теперішнього часу окремо розв'язуються задачі структурного, параметричного або структурно-параметричного синтезу в одному з класів адитивних, мультиплікативних або змішаних функцій загальної корисності, побудованих на основі не універсальних ФКЧК (2) або подібних до них, з використанням евристичних чи експертних методів їх ідентифікації. Це не гарантує отримання достатньо адекватних моделей оцінювання для автоматизованих систем підтримки прийняття багатокритеріальних управлінських чи проектних рішень, що на практиці може приводити до суттєвих натуральних чи функціональних втрат. На цій підставі можна стверджувати, що існує протиріччя між необхідністю підвищення ефективності систем підтримки прийняття рішень в інтелектуальних системах проектування чи управління складними антропогенними об'єктами та обмеженими можливостями сучасної методології створення відповідних моделей. Це обумовлює актуальність завдань розробки, розвитку та дослідження сучасних підходів до синтезу моделей багатокритеріального оцінювання на основі теорії нечітких множин.

III. Результати дослідження

Для розв'язання задачі структурно-параметричного синтезу моделей багатокритеріального оцінювання скористаємось універсальною функцією загальної корисності $P(q,x)$, побудованою на основі поліному Колмогорова-Габора [7]:

$$P(q,x)=\sum_{i=1}^{m}\lambda_i\cdot\xi_i(x)+\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=i}^{m}\lambda_{ij}\cdot\xi_i(x)\cdot\xi_i(x)+\dots, \quad (4)$$

де m – кількість часткових критеріїв, λ_i, λ_{ij} – вагові коефіцієнти часткових критеріїв $k_i(x)$ та їх добутків $\lambda_i\geq 0,\ \lambda_{ij}\geq 0$, $i=\overline{1,m}$, $\xi_i(x)$ – ФКЧК $k_i(x)$, $i=\overline{1,m}$, q – вектор параметрів моделі.

В функції (4) кількість доданків $N=C_{m+n}^{n}-1$ обирається виходячи з необхідної точності моделі (де n – ступінь полінома). Як основу функції (4) використаємо універсальну ФКЧК, що дозволяє з високою точністю реалізувати лінійні, опуклі, увігнуті, *S*- і *Z*-подібні залежності від значень часткових критеріїв [10], яка має більшу точність апроксимації оцінок ОПР, ніж функції Гауса, Харрінгтона та логістична функція [11-12]:

$$\xi(x)=\begin{cases}\bar{a}\cdot\left(\dfrac{\bar{k}(x)}{\bar{k}_a}\right)^{\alpha_1}, & 0\leq\bar{k}(x)\leq\bar{k}_a;\\[2ex] \bar{a}+(1-\bar{a})\cdot\left(\dfrac{\bar{k}(x)-\bar{k}_a}{1-\bar{k}_a}\right)^{\alpha_2}, & \bar{k}_a<\bar{k}(x)\leq 1,\end{cases} \quad (5)$$

$$\bar{k}(x)=\frac{k(x)-k^-}{k^+-k^-},\ i=\overline{1,m}, \quad (6)$$

де $\bar{k}_a$, $\bar{a}$ – нормовані значення координат точки склейки ФКЧК (2), $0\leq\bar{k}_a\leq 1$, $0\leq\bar{a}\leq 1$, α_1,α_2 – коефіцієнти, що визначають вид залежності на початковому та кінцевому відрізках, $k(x),\ k^+,\ k^-$ – значення часткового критерію для рішення x, найкраще та найгірше значення критерію $k(x)$.

Суть технології компараторної ідентифікації переваг ОПР полягає в такому [7]. ОПР (експерт) аналізує пари рішень $<x,y>$ з підмножини допустимих, які формують в його свідомості суб'єктивні оцінки корисності $P(x)$ і $P(y)$, значення яких не можуть бути виміряні. На підставі цих оцінок ОПР формує бінарні відношення (дає висновок про еквівалентність або перевагу варіантів):

– еквівалентності

$$R_E(X)=\{<x,y>: x,y\in X,\quad x\sim y\}; \quad (7)$$

– строгої переваги

$$R_S(X)=\{<x,y>: x,y\in X,\quad x\succ y\}; \quad (8)$$

– нестрогої переваги

$$R_N(X)=\{<x,y>: x,y\in X,\quad x\succsim y\}. \quad (9)$$

Вони описуються системами рівнянь і нерівностей:

$$P(q,x)=P(q,y),\ x,y\in R_E(X), \quad (10)$$

$$P(q,x)>P(q,y),\ x,y\in R_S(X), \quad (11)$$

$$P(q,x)\geq P(q,y),\ x,y\in R_N(X), \quad (12)$$

де $q=[\lambda_i,\lambda_{i,j},\bar{a}_i,\bar{k}_{ia},\alpha_{1i},\alpha_{2i}]$, $i=\overline{1,m}$, $j=\overline{i,m}$ – вектор параметрів функції (4) на основі ФКЧК (5).

Тоді задача структурно-параметричної ідентифікації ФЗК (4) зводиться до визначення вектора параметрів $q\in Q$, який задовольняє сформованій системі рівнянь (10) чи нерівностей (11) або (12). При цьому може існувати один, нескінчена множина або жодного рішення, яке б задовольняло системам (10), (11) або (12). Найбільш поширеною на практиці ситуацією є встановлення ОПР відношення строгої переваги (8).

Введемо позначення:

$$\xi_1(x)\cdot\xi_1(x)=\xi_{m+1}(x),\ \lambda_{1,1}=\lambda_{m+1},$$

$$\xi_1(x)\cdot\xi_2(x)=\xi_{m+2}(x),\ \lambda_{1,2}=\lambda_{m+2},\ \dots. \quad (13)$$

З урахуванням (13) функцію (4) подамо в адитивній формі:

$$P(q,x)=\sum_{i=1}^{N}\lambda_i\,\xi_i(x). \quad (14)$$

Оптимізацію параметрів $q\in Q$ моделі (14) будемо здійснювати на основі інформації щодо переваг ОПР, серед альтернатив $x,y\in X'\subseteq X^C$ (де $x,y\in X^C$ – підмножина компромісних рішень). Для встановленого ОПР відношення переваги $R_S(X)$ (8) з урахуванням ФКЧК (5) зі співвідношення (11) отримаємо системи нелінійних нерівностей і лінійних нормуючих умов:

$$q=\begin{cases}\eta_j(q,x,y)\equiv\sum_{i=1}^{N}\lambda_i\,\xi_i(x)>\sum_{i=1}^{N}\lambda_i\,\xi_i(y);\\ j=\overline{1,n_S},<x,y>\in R_S(X);\\ \eta_{n_S+1}(\lambda)\equiv\sum_{i=1}^{N}\lambda_i=1,\ \lambda_i\geq 0, i=\overline{1,N},\end{cases} \quad (15)$$

де $q=[\lambda_i,\lambda_{i,j},\bar{a}_i,\bar{k}_{ia},\alpha_{1i},\alpha_{2i}]$, $i=\overline{1,m}$, $j=\overline{i,m}$ – шуканий вектор параметрів функції (14), n_S – потужність відношення строгої переваги (8), $n_S=Card\ R_S(X)$.

Задача визначення вектора найкращих параметрів $q=[\lambda_i,\lambda_{i,j},\bar{a}_i,\bar{k}_{ia},\alpha_{1i},\alpha_{2i}]$, $i=\overline{1,m}$, $j=\overline{i,m}$ з області допустимих, що задається системою (15) є некоректною за Адамаром. Для її регуляризації можуть бути використані різні прийоми, зокрема для задач з визначеними параметрами ФКЧК (5) шляхом пошуку чебишовської точки [7]. Це дозволяє звести вихідні задачі до задач лінійного програмування [6, 12-13].

Для регуляризації загальної задачі, що враховує нелінійність ФКЧК (5), за найкращий будемо вважати вектор параметрів $q^o \in Q$, що максимізує мінімальну відстань $\Delta P_j(q,x,y) = P(q,x) - P(q,y)$ між рішеннями у бінарному відношенні строгої переваги (8):

$$\begin{cases} q^o = arg \max_{q \in Q} \min_{1 \le j \le n_S} \{\Delta P_j(q,x,y) = P(q,x) - P(q,y)\}; \\ \eta_j(q,x,y) \equiv P(q,x) > P(q,y), \forall j = \overline{1,n_S}; \\ < x,y > \in R_S(X); \\ \eta_{n_S+1}(\lambda) \equiv \sum_{i=1}^{N} \lambda_i = 1, \ \lambda_i \ge 0, \ i = \overline{1,N}, \end{cases} \qquad (16)$$

де $n_S = Card\ R_S(X)$, $P(q,x)$, $P(q,y)$ значення ФЗК (4) для пари рішень $< x,y > \in R_S(X)$, $N = C_{m+n}^n - 1$, m – кількість часткових критеріїв, n – ступінь полінома моделі (4).

Якщо система обмежень (15) сумісна, то $\Delta P_j(q,x,y) > 0$ і отриманий розв'язок буде максимально стійким. Якщо система обмежень (15) несумісна, то $\Delta P_j(q,x,y) \le 0$, і для системи переваг (8), що описується бінарним відношенням (11), не існує жодного вектора параметрів, що задовольняє даній системі обмежень.

Запропонований метод може бути узагальнений для розв'язання задач синтезу моделей багатокритеріального оцінювання з вихідними даними, що подані у вигляді бінарних відношень еквівалентності (7) та нестрогої переваги (9). Його часткові випадки знайшли застосування для розв'язання задач параметричної ідентифікації переваг ОПР з визначеними параметрами ФКЧК виду (2) та (5), зокрема, при оптимізації топології територіально розподілених об'єктів [14-17].

Висновки

Для підвищення адекватності моделей багатокритеріального оцінювання запропоновано використовувати функцію корисності часткових критеріїв, що дозволяє реалізувати не тільки лінійні, опуклі або увігнуті, але і *S*- (*Z*)-подібні залежності від їх значень. Її використання дозволяє істотно підвищити точність наближення оцінок експертів у порівнянні з моделями, побудованими на основі функцій Гаусса, Харрінгтона і логістичної функції. Розроблено метод структурно-параметричного синтезу моделей багатокритеріального оцінювання, побудованих на основі поліному Колмогорова-Габора, з універсальними функціями корисності часткових критеріїв. Метод базується на технології компараторної ідентифікації, що дозволяє здійснювати перехід від якісних оцінок особи, що приймає рішення, до їх кількісних скалярних оцінок. Запропоновані модель та метод дозволять здійснювати автоматичне формування оцінок варіантів у підсистемах підтримки прийняття рішень. Їх практичне застосування дозволить підвищити точність оцінок альтернативних варіантів і на цій основі підвищити функціонально-вартісну ефективність сучасних систем підтримки прийняття багатокритеріальних проектних і управлінських рішень.

Література References

[1] S. Greco, Multiple Criteria Decision Analysis – State of the Art Surveys / S. Greco, M. Ehrgott, J.R. Figueira. – New York: Springer, 2016. – 1346 p.

[2] I. Kaliszewski, Mechanical design, Multiple Criteria Decision Making and Pareto optimality gap / I. Kaliszewski, T. Kiczkowiak, J. Miroforidis // Engineering Computations. – 2016. Vol. 33(3). – P. 876-895.

[3] И.М. Макаров, Теория выбора и принятия решений / И.М. Макаров, Т.М. Виноградская, А.А. Рубинский, В.Б. Соколов. – М.: Наука, 1982. – 328 с.

[4] П. Фишберн, Теория полезности // Исследование операций: В 2 т. Т.1: Методологические основы и математические методы / Под ред. Дж. Моудера, С. Элмаграби: Пер. с англ. – М.: Мир, 1981. С. 448-480.

[5] Л.Г. Раскин, Нечеткая математика. Основы теории. Приложения / Л.Г. Раскин, О.В. Серая. – Харьков: Парус, 2008. – 352 с.

[6] В.В. Бескоровайный, Структурно-параметрична ідентифікація моделей багатофакторного оцінювання / В.В. Бескоровайный, И.В. Трофименко // Системи озброєння і військова техніка. – 2006. – № 3 (7). – С. 56-59.

[7] О.А. Овезгельдыев, Синтез и идентификация моделей многофакторного оценивания и оптимизации / О.А. Овезгельдыев, Э.Г. Петров, К.Э. Петров. – К.: Наукова думка, 2002. – 161 с.

[8] В.В. Крючковский, Введение в нормативную теорию принятия решений / В.В. Крючковский, Э.Г. Петров, Н.А. Соколова, В.Е. Ходаков. – Херсон: Гринь Д.С. 2013. – 284 с.

[9] К.Э. Петров, Компараторная структурно-параметрическая идентификация моделей скалярного многофакторного оценивания: монография / К.Э. Петров, В.В. Крючковский. – Херсон: Олди-плюс, 2009. – 294 с.

[10] Э.Г. Петров, Формирование функций полезности частных критериев в задачах многокритериального оценивания / Э.Г. Петров, В.В. Бескоровайный, В.П. Писклакова // Радиоэлектроника и информатика. – 1997. – №1. – С. 71-73.

[11] В.В. Бескоровайный, Идентификация частной полезности многофакторных альтернатив с помощью S-образных функций / В.В. Бескоровайный, Е.В. Соболева // Бионика интеллекта. – 2010. – №1. – С. 50-54.

[12] V. Beskorovainyi, Identification of preferences in decision support systems / V. Beskorovainyi, H. Berezovskyi // ECONTECHMOD. – 2017. – Vol. 06. – №4. – P. 15-20.

[13] В.В. Бескоровайный, Параметрическая идентификация аддитивно-мультипликативных моделей многофакторного оценивания / В.В. Бескоровайный, И.В. Трофименко // Радиоэлектроника и информатика. – 2005. – № 4. – С. 41-46.

[14] В.В. Бескоровайный, Выбор многокритериальных решений при реинжиниринге топологических структур систем крупномасштабного мониторинга / В.В. Бескоровайный, К.Е. Подоляка // Системи обробки інформації. – 2016. – № 5(142). – С. 80-86.

[15] В.В. Бескоровайный, Многофакторное оценивание вариантов реинжиниринга крупномасштабных объектов на основе компараторной идентификации / В.В. Бескоровайный, А.С. Москаленко, К.Е. Подоляка // Электротехнические и компьютерные системы. – 2016. – № 23 (99). – С. 192-200.

[16] В.В. Бескоровайный, Параметрическая идентификация аддитивно-мультипликативных моделей многофакторного оценивания / В.В. Бескоровайный, И.В. Трофименко // Радиоэлектроника и информатика. – 2005. – № 4. – С. 41-46.

[17] V. Beskorovainyi, Reengineering the topological structure of large-scale monitoring systems / V. Beskorovainyi, K. Podoliaka // ECONTECHMOD. – 2015. – Vol. 4 (3). – P. 13-18.