

Моделювання Поля Швидкостей у Вибійній Зоні Свердловини

Ярослав П'янило

Інститут прикладних проблем
механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН
України
Львів, Україна
danylo794@gmail.com

Ганна Лянце

Інститут прикладних проблем
механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН
України
Львів, Україна
anna.lyantse@gmail.com

Галина П'янило

Інститут прикладних проблем
механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН
України
Львів, Україна
danylo794@gmail.com

Modeling of the Velocity Field in the Breakout Zone of the Well

Yaroslav Pyanylo

Pidstryhach Institute for Applied
Problems of Mechanics and
Mathematics, National Academy of
Sciences of Ukraine, Lviv, Ukraine
danylo794@gmail.com

Anna Lance,

Pidstryhach Institute for Applied
Problems of Mechanics and
Mathematics, National Academy
of Sciences of Ukraine,
Lviv, Ukraine
anna.lyantse@gmail.com

Halyna Pyanylo

Pidstryhach Institute for Applied
Problems of Mechanics and
Mathematics, National Academy of
Sciences of Ukraine,
Lviv, Ukraine
danylo794@gmail.com

Анотація. В роботі моделюється швидкість руху газу у вибійній зоні свердловини. Досліджується зміна швидкості руху газу від плаستی сховища до робочої колони. Для апробації отриманих результатів використовуються реальні параметри привибійної зони.

Abstract. The paper simulates the speed of gas movement in the well's breakout zone. The change in the speed of gas movement from the storage layer to the working column is studied. Real parameters of the near-bump zone are used to test the obtained results.

Ключові слова - математичне моделювання, вибійна зона свердловини, тиск газу, швидкість газу, обчислювальний експеримент.

Key words - mathematical modeling, wellbore breakout zone, gas pressure, gas velocity, computational experiment.

I. ВСТУП.

Основними технологічними об'єктами, які приймають участь у відбиранні газу, є пласт, вибійна зона свердловини, робоча колона, об'язка свердловини, шлейф та газозбірний пункт. При моделюванні такої системи необхідно мати моделі кожного з об'єктів. Побудова математичної моделі такої системи ускладнюється ще і тим, що кожен з об'єктів описується як аналітичними, так

напівемпіричними співвідношеннями. Особливістю моделювання є і те, що швидкість руху газу з пласту до газозбірного пункту суттєво змінюється. Зокрема якщо швидкість газу в пласті сягає декілька сантиметрів за добу, то в колі свердловини (привибійній зоні) вона зростає до декількох метрів на секунду. В результаті виникають різного роду ефекти, які можуть впливати на процеси відбору/закачування газу. Одним з таких ефектів є поява динамічного тиску.

Метою роботи є дослідження поля швидкостей у привибійній зоні в залежності від параметрів середовища та технологічних об'єктів.

II. МОДЕЛЬ ФІЛЬТРАЦІЇ ГАЗУ У ПРИВИБІЙНІЙ ЗОНІ

Фільтрація газу в пластах підземних сховищ описується диференціальним рівнянням в частинних похідних параболічного типу

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{kh}{\mu z} \frac{\partial p^2}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y_1} \left(\frac{kh}{\mu z} \frac{\partial p^2}{\partial y_1} \right) + \frac{\partial}{\partial y_2} \left(\frac{kh}{\mu z} \frac{\partial p^2}{\partial y_2} \right) = 2mh \left(\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{p}{z} \right) + 2q p_{at} \right). \quad (1)$$

Тут k , m та h коефіцієнти проникності, пористості та товщина середовища відповідно; μ – динамічна в'язкість речовини, p_{at} – атмосферний тиск, q – густина відбору,

$z = 1/(1 + fp)$, де $f = (24 - 0.21t^{\circ}C) \cdot 10^{-4}$, а тиск p - в атмосферах.

Якщо розглядати розподіл тиску в області свердловини, то рівняння (1) доцільно записати в циліндричних координатах. Враховуючи, що область свердловини порівняно із всім сховищем є невеликою, параметри, які входять в рівняння (1), можна вважати сталими за координатою на деякому проміжку часу. За таких допущень рівняння (1) в циліндричних координатах буде мати вигляд [1]

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{D}{p_0} \frac{\partial p}{\partial \tau}, \quad (2)$$

де r - радіус-вектор, проведений з центру свердловини, p_0, p_2 - початкове значення тиску та значення тиску на границі області, за Лейбензоном

$$\tau = \frac{p_2}{p_0} t + \left(1 - \frac{p_2}{p_0}\right) \frac{1 - e^{-\beta t}}{\beta}, \quad \beta = \frac{p_0 k \lambda_m^2}{2m\mu}.$$

Нехай радіус зовнішнього кола S_0 рівний a , радіус концентричного йому внутрішнього кола \tilde{s} рівний b . Задамо граничні умови: на зовнішній границі S_0 - $\partial P / \partial r = 0$; на внутрішній границі - $P = P_2 \equiv const$. Тут $P = p^2$, $P_2 = p_2^2$, $P_0 = p_0^2$. Початковий розподіл тиску є сталим і рівний P_0 . За таких умов розв'язок рівняння (2) при заданих початкових і граничних умовах має вид

$$P = P_2 - 2(P_0 - P_2) \sum_{m=1}^{\infty} D_m \exp\left(-\frac{p_0 \tau \lambda_m^2}{D}\right). \quad (3)$$

В рівності (3) позначено:

$$D_m = \frac{(b\lambda_m) Z_1(b\lambda_m) Z_0(r\lambda_m)}{(a\lambda_m)^2 Z_0^2(a\lambda_m) - (b\lambda_m)^2 Z_1^2(b\lambda_m)}$$

$$Z_0(\lambda_m r) = J_0(\lambda_m r) + A_m N_0(\lambda_m r),$$

$$Z_1(\lambda_m r) = J_1(\lambda_m r) + A_m N_1(\lambda_m r),$$

$J_i(\lambda_m r)$ - функція Бесселя дійсного аргументу порядку i
 $N_i(\lambda_m r)$ - функція Неймана порядку i , λ_m - корені рівняння $J_0(\mu x) N_1(x) - J_1(x) N_0(\mu x) = 0$,

$$\mu = b/a, \quad a\lambda_m = x, \quad b\lambda_m = \mu x.$$

Фільтрація газу у вибійній області свердловини достатньо добре описується сферичним законом

$$-d \left(\frac{p}{p_0} \right)^2 = \frac{\mu}{\pi h k p_0} \frac{q_0}{F} dF + \beta \frac{\rho_0}{\pi p_0} \frac{q_0^2}{dh F^2} dF, \quad (4)$$

де p_0, q_0, ρ_0 - значення тиску, дебіту свердловини та густини газу в нормальних умовах, d - діаметр зерен

породи, m - пористість пласту, k - проникність в області дифузії, F - площа поверхні дифузії, h - потужність пласту,

$$\beta = \frac{12 \cdot 10^{-5} d^3}{mk^{1.5}}.$$

Введемо позначення

$$a = \frac{\mu q_0 p_0}{\pi h k}, \quad b = 12 \cdot 10^{-5} \frac{d^2}{mk^{3/2}} \frac{\rho_0 q_0^2 p_0}{\pi h}.$$

Тоді рівняння (4) буде мати вигляд

$$-dp^2 = a \frac{dF}{F} + b \frac{dF}{F^2}.$$

Якщо $p \in [p_1, p_2]$, $F \in [F_1, F_2]$, де F_1 та F_2 граничні площі поверхонь дифузії, то розв'язок останнього рівняння

$$p_1^2 - p_2^2 = a \ln \frac{F_2}{F_1} + b \left(\frac{1}{F_1} - \frac{1}{F_2} \right). \quad (5)$$

III. АНАЛІЗ ШВИДКОСТІ РУХУ ГАЗУ У ПРИВИБІЙНІЙ ЗОНІ.

Очевидно, що перфорація обсадної колони змінить гідродинамічні характеристики вибійної зони. Привибійну зону свердловини умовно поділимо на декілька підзон, які мають форму порожнистих циліндрів:

С	Р	Кв закон	Дарсі закон
---	---	----------	-------------

С - ліфтова труба;

Р - привибійна зона, в якій містяться перфораційні канали;

Кв закон - привибійна зона, в якій немає перфораційних каналів та діє сферичний закон підтоку газу;

Дарсі закон - область пласту, в якій має місце закон Дарсі.

Відомо, що маючи розподіл тиску, швидкість газу обчислюється за формулою

$$v = -\frac{k}{\mu} \frac{dp}{dr}. \quad (6)$$

Формула (3) дає можливість знайти спад тиску при переході з однієї області в іншу. В кінцевому результаті зв'язок пластового тиску з вибійним задається формулою

$$p_{nl}^2 - p_b^2 = Aq_0 + Bq_0^2, \quad A = \frac{A_1}{k_{nl}} + \frac{A_2}{k_b}, \quad B = \frac{B_1}{k_{nl}^{3/2}} + \frac{B_2}{k_b^{3/2}},$$

де позначено:

$$A_1 = \frac{\mu p_0}{\pi h_x} \ln \frac{R_k h}{R_c h_x}, \quad A_2 = \frac{\mu p_0}{\pi h_x} \ln \frac{R_c}{r_{k1} l_{k1} n_{01} + r_{k2} l_{k2} n_{02}},$$

$$B_1 = 12 \cdot 10^{-5} \frac{\rho_0 p_0}{2\pi^2 h_x} \frac{d^2}{m} \left(\frac{1}{R_c h_x} - \frac{1}{R_k h} \right),$$

$$B_2 = 12 \cdot 10^{-5} \frac{\rho_0 p_0}{2\pi^2 h_x^2} \frac{d^2}{m} \left(\frac{1}{r_{k1} l_{k1} n_{01} + r_{k2} l_{k2} n_{02}} - \frac{1}{R_c h_x} \right),$$

R_c - радіус межі вибівної зони, h - середня потужність пласту, R_k - радіус контуру живлення, h_x - висота обсадної колони, на якій є перфораційні канали з параметрами n_{01}, r_{k1}, l_{k1} та n_{02}, r_{k2}, l_{k2} , де r_{ki}, l_{ki} - радіуси та довжини перфораційних каналів, а n_{0i} - густини перфорацій ($i = 1, 2$).

Параметри свердловини: r_c - радіус свердловини.

Параметри каналу: r_k - радіус каналу; l_k - довжина каналу. Параметри квадратичної зони: r_z - радіус квадратичної зони, r_d - зовнішній радіус зони Дарсі. Область, в якій проведено перфорацію має радіус $r \in [r_c, l_k]$. Площа, через яку газ із пласту попадає в свердловину, складається з площі каналів перфорації. Якщо потужність пласту h , а n - густина перфорації, то площа перерізу каналу - πr_k^2 , загальна площа перерізу каналів $F_1 = \pi n h r_k^2$.

Площа, через яку проходить процес фільтрації в зону перфорації

$$F_2 = 2\pi r h.$$

Тоді в зоні перфорації

$$p_r^2 - p_c^2 = a_z \ln \left(\frac{2r}{nr_k^2} + \frac{b_z}{\pi h} \left(\frac{1}{nr_k^2} - \frac{1}{2r} \right) \right),$$

а швидкість обчислюється за формулою

$$v = -\frac{k}{\mu} \frac{dp}{dr} = -\frac{k}{\mu} \frac{1}{2r} \frac{a_z + \frac{b_z}{2\pi h} \frac{1}{r}}{\sqrt{p_c^2 + a_z \ln \left(\frac{2r}{nr_k^2} + \frac{b_z}{\pi h} \left(\frac{1}{nr_k^2} - \frac{1}{2r} \right) \right)}}.$$

Остання формула дає можливість визначити швидкість поступлення газу в робочу колону та швидкість на поверхні циліндра області перфорації.

В квадратичній області між зоною перфорації та зоною Дарсі $r \in [l_k, r_d]$ аналогічним чином визначаються швидкості газу на поверхні циліндра області перфорації та на межі дії закону Дарсі.

В зоні дії закону Дарсі швидкість газу визначається на основі формули

$$p(r, t) = p_0 \pi \sum_{n=1}^{\infty} \exp\left(-\frac{p_0}{D} \alpha_n^2 t\right) U_1(\alpha_n) U_0(r \alpha_n) - \pi \sum_{n=1}^{\infty} \exp\left(-\frac{p_0}{D} \alpha_n^2 t\right) U_2(\alpha_n) U_0(r \alpha_n) + \frac{p_a \ln\left(\frac{b}{r}\right) + p_b \ln\left(\frac{r}{a}\right)}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)},$$

$$U_0(\alpha r) = J_0(\alpha r) Y_0(\alpha b) - J_0(\alpha b) Y_0(\alpha r),$$

$$U_1(\alpha_n) = \frac{J_0(\alpha_n a)}{J_0(\alpha_n a) + J_0(\alpha_n b)},$$

$$U_2(\alpha_n) = \frac{[p_b J_0(\alpha_n a) - p_a J_0(\alpha_n b)] J_0(\alpha_n)}{J_0^2(\alpha_n a) + J_0^2(\alpha_n b)}.$$

Якщо об'єм перфораційних каналів

$$V_k = \pi n h r_k^2 l_k,$$

а об'єм циліндра, в якому є канали

$$V_1 = \pi (l_k^2 - r_c^2) h,$$

то зміна пористості в цьому каналі визначається наступним чином

$$m_k = \frac{\pi n h r_k^2 l_k}{\pi (l_k^2 - r_c^2) h} = \frac{n r_k^2 l_k}{(l_k^2 - r_c^2)}.$$

Отримані результати дозволили провести обчислювальний експеримент стосовно зміни швидкості руху газу в різних областях привибійної зони. Обчислювальний експеримент проводився для наступних реальних даних.

Радіус свердловини r_c від 0.05 метра до 0.08 метра.

Довжина каналу l_k від 10 см до 20 см.

Радіус каналу r_k 0.004 метра.

Густина перфорації n від 15 до 25.

Пористість m від 0.2 до 0.35.

Коефіцієнт проникності k від 10^{-8} до 10^{-15} .

Діаметр зерен породи d від 10^{-3} до 10^{-6} .

Густина метану ρ_0 0,657 кг/м³.

Об'ємна витрата q_c від 0,5 до 265 м³/с

Нормальний тиск p_0 101 325 Паскалі.

Динамічна в'язкість метану μ 0,000011 Па

Площа поперечного перерізу перфораційного каналу радіусом 0.004 метра.

$$S_{kan} = \pi r_{kan}^2 = 5,026548e-6$$

Якщо густина перфорації рівна 20, а потужність пласту - 20 метрів, то загальна площа входження газу в робочу колону буде

$$S_{zv} = n h \pi r_{kan}^2 = 2,010619e-2 \text{ м}^2.$$

Якщо дебіт свердловини рівний 2 м³/с, то швидкість газу в отворах перфораційних каналів буде

$$v = \frac{q}{S_{zv}} = 99,5 \frac{m}{c}$$

Визначимо швидкість руху газу в робочій колоні діаметром 10 см=0.10 м.

$$v = \frac{q}{\pi r_{sv}^2} = 254,6479 \frac{m}{c}$$

Площа бічної поверхні циліндра S_{cyl} , на віддалі радіус свердловини плюс довжина перфораційного каналу, тобто радіус циліндра

$$r_{cyl} = r_{sv} + l_k$$

Буде

$$S_{cyl} = 2\pi(r_{sv} + l_k)h = 22,619m^2$$

Якщо дебіт свердловини рівний 2 м³/с, то швидкість газу на поверхні циліндра буде

$$v = \frac{q}{S_{cyl}} = 0,088 \frac{m}{c}$$

IV. ДИНАМІЧНИЙ ТИСК

Зміна швидкості газу тісно пов'язана з динамічним тиском, частиною тиску всередині рухомого газу, зумовлена його рухом і характеризує його кінетичну енергію. Динамічний тиск обчислюється за формулою

де ρ — густина, v — швидкість потоку рідини або газу.

Якщо розглядати ідеальний газ $p_s = \rho_m RT$, визначення

швидкості звуку $a = \sqrt{\frac{\gamma RT}{m_m}}$, число Маха $M = \frac{v}{a}$ та

$q = \frac{1}{2} \rho v^2$, то динамічний тиск можна переписати так:

$$q = \frac{1}{2} \gamma p_s M^2$$

Тут позначено: p_s - статичний тиск у Паскалі, є також базовою одиницею тиску СИ; ρ_m - молярна щільність ідеального газу в моль/м³; m_m - маса молю ідеального газу в кг/моль; $\rho = \rho_m m_m$ - щільність ідеального газу в кг/м³; R - константа газу (8,3144 Дж/(моль·К)); T - абсолютна температура в кельвінах (К); M - число Маха (безрозмірна); γ - співвідношення питомих нагрівань (безвимірна) (1,4 для повітря в умовах моря); v - швидкість потоку в м/с; a - швидкість звуку в м/с.

V. ВИСНОВКИ

Оскільки швидкість газу однозначно пов'язана з об'ємною витратою, то отримані в роботі результати можна використати для поступлення/відбирання газу до свердловини в процесі роботи підземного сховища газу. Очевидно, що на основі цих результатів можна пояснити деякі ефекти, які виникають в процесі фільтрації газу, зокрема густину перфорації тощо.

- [1] L. J. Clancy (1975), *Aerodynamics*, Pitman Publishing Limited, London.
- [2] Whitaker, S. (1986), "Flow in porous media I: A theoretical derivation of Darcy's law", *Transport in Porous Media*, **1**: 3–25, doi:10.1007/BF01036523, S2CID 121904058.
- [3] Кондрат Р,М., Хайдарова Л,І, Дослідження впливу характеристик розкриття газоносних пластів перфорацією на виробничі можливості свердловини. Розвідка та розробка нафтових і газових родовищ, 2019, №4 (73), pp, 46-53.
- [4] A Novel Mathematical Model Considering Real Gas PVT Behavior to Estimate Inflow Performance Relationship of Gas Well Production Shuang Zhang , Huiqing Liu *, Yanwei Wang, Ke Sun and Yunfei Guo *Energies* 2021, 14, 3594, <https://doi.org/10.3390/en14123594> <https://www.mdpi.com/journal/energies>.
- [5] Baba Galadima Agaie , Jibrin Helma Mbaya , Abdullahi Ibrahim1 and Usman Sani Modeling and Simulation of Transient Flow Characteristics in A Producing Gas Well Modeling and simulation of transient flow characteristics in a producing gas well Science // World Journal Vol, 15(No 2) 2020 www.scienceworldjournal.org ISSN 1597-6343 Published by Faculty of Science, Kaduna State University <https://www.walshmedicalmedia.com>.
- [6] Sergey K Sokhoshko, Modeling the operation of complex trajectory oil and gas wells in the steady state, 2nd World Congress on Petroleum and Refinery June 01-03, 2017 Osaka, Japan, DOI: 10.4172/2157-7463-C1-029 Моделирование работы складной траектории нефтегазовых свердловин в установившемся режиме
- [7] Iwaszczuk N., Prytula M., Prytula N., Pyanylo Y., Iwaszczuk A, Modeling of Gas Flows in Underground Gas Storage Facilities, *Energies*, (2022), 15(19):7216, <https://doi.org/10.3390/en15197216>
- [8] Prytula, M., Prytula, N., Pyanylo, Y., Prytula, Z., & Khymko, O. (2022), Planning optimal operating modes of underground gas storage facilities as part of the gas transmission system , *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 3(2) (117), 76–91, <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2022.258953>
- [9] L. J. Clancy (1975), *Aerodynamics*, Pitman Publishing Limited, London. ISBN 0-273-01120-0
- [10] Houghton, E.L. and Carpenter, P.W. (1993), *Aerodynamics for Engineering Students*, Butterworth and Heinemann, Oxford UK. ISBN 0-340-54847-9
- [11] H. W. Liepmann, A. Roshko *Elements of Gas Dynamics* Courier Corporation, 2013 0486316858, 9780486316857 464 стор.