

# Нові квантові оператори для машинного навчання

Віктор Синєглазов  
кафедра штучного інтелекту  
НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського»  
Київ, Україна  
svm@nau.edu.ua

Петро Чинник  
кафедра штучного інтелекту  
НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського»  
Київ, Україна  
chynnyk@vivaldi.netddd

## New quantum operators for machine learning

Victor Sineglazov  
dept. of Artificial Intelligence  
NTUU “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute”  
Kyiv, Ukraine  
svm@nau.edu.ua

Petro Chynnyk  
dept. of Artificial Intelligence  
NTUU “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute”  
Kyiv, Ukraine  
chynnyk@vivaldi.net

**Анотація** - У даній роботі запропоновано нові параметризовані квантові оператори для машинного навчання. Розглянуто їх використання у машинному навчанні. Зроблено порівняння квантових моделей: квантова модель на основі запропонованих квантових операторів, квантова модель на основі класичних параметризованих квантових операторів.

**Abstract** - In this work, new parameterized quantum operators for machine learning are proposed. Their use in machine learning is considered. A comparison of quantum models is made: a quantum model based on the proposed quantum operators, a quantum model based on classical parametrized quantum operators.

**Ключові слова** — машинне навчання, квантові обчислення, квантовне машинне навчання

**Keywords** — machine learning, quantum computing, quantum machine learning

### I. ВСТУП

На сьогодні, один із популярних напрямків дослідження в квантових обчислень, є квантове машинне навчання. У цій галузі є свої виклики, а саме: методи представлення класичних даних у квантовому просторі, методи навчання квантових моделей машинного навчання, покращення якості прогнозування квантових моделей. Для покращення якості навчання і прогнозування квантової моделі машинного навчання ми пропонуємо використовувати для цього інші квантові оператори, які базуються на гіперболічних функціях. Визначимо базові терміни квантових обчислень.

Квантові обчислення (англ. quantum computing) – це галузь обчислювальної науки, яка використовує принципи

та ефектів квантової фізики для виконання обчислень. Для того, щоб квантовий комп'ютер зміг виконати обчислення, потрібно розробити квантову схему.

Квантова схема (англ. quantum circuit) – це модель для квантових обчислень, у якому обчислення є послідовністю квантових вентилів.

Квантовий вентиль (англ. quantum gate) – це квантовий логічний елемент. Його описують за допомогою унітарних матриць. Він же квантовий оператор.

Унітарна матриця (англ. unitary matrix) – це квадратна матриця  $U$ , у якій елементи цієї матриці є комплексними числами і має таку властивість

$$U^*U = UU^* = I \quad (1)$$

У даній роботі за основу квантової моделі було взято варіаційну квантову схему [1] топології тензорна мережа [2,3]. Навчання відбувалося на датасеті iris. Вирішувалася задача класифікації. Зроблено порівняння квантових моделей, які побудовані на різних квантових операторах.

### II. ГІПЕРБОЛІЧНІ КВАНТОВІ ОПЕРАТОРИ

У квантових моделях машинного навчання основному використовують параметризовані оператори  $R_x(\theta)$  і  $R_y(\theta)$

$$R_x(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \frac{\theta}{2} & -i \sin \frac{\theta}{2} \\ -i \sin \frac{\theta}{2} & \cos \frac{\theta}{2} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$R_y(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \frac{\theta}{2} & -\sin \frac{\theta}{2} \\ \sin \frac{\theta}{2} & \cos \frac{\theta}{2} \end{bmatrix} \quad (3)$$

Після використання цих операторів над базисними кубітами, отримуємо такі квантові стани

$$Rx(\theta)0 = \begin{bmatrix} \cos \frac{\theta}{2} & -i \sin \frac{\theta}{2} \\ -i \sin \frac{\theta}{2} & \cos \frac{\theta}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \cos \frac{\theta}{2} 0 - i \sin \frac{\theta}{2} 1 \quad (4)$$

$$Ry(\theta)0 = \begin{bmatrix} \cos \frac{\theta}{2} & -i \sin \frac{\theta}{2} \\ \sin \frac{\theta}{2} & \cos \frac{\theta}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \cos \frac{\theta}{2} 0 + \sin \frac{\theta}{2} 1 \quad (5)$$

$$Rx(\theta)1 = \begin{bmatrix} \cos \frac{\theta}{2} & -i \sin \frac{\theta}{2} \\ -i \sin \frac{\theta}{2} & \cos \frac{\theta}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = -i \sin \frac{\theta}{2} 0 + \cos \frac{\theta}{2} 1 \quad (6)$$

$$Ry(\theta)1 = \begin{bmatrix} \cos \frac{\theta}{2} & -i \sin \frac{\theta}{2} \\ \sin \frac{\theta}{2} & \cos \frac{\theta}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = -\sin \frac{\theta}{2} 0 + \cos \frac{\theta}{2} 1 \quad (7)$$

Як ми бачимо у квантовому стані фігурують тригонометричні функції. Із-за того, що це є періодична функція нам важко робити навчання квантової моделі, тому що ми обмежені в певному інтервалі. Якщо ми будемо виходити з цього інтервала, то ми отримуватимемо знову ті самі значення тригонометричної функції, що означає, що ми отримуватимемо одні й ті самі квантові стани.

Тому ми пропонуємо замість тригонометричних функцій, використовувати гіперболічні функції, у яких немає періодів.

Нижче продемонстровано гіперболічний оператор  $Hx(x)$  і  $Hu(x)$

$$Hx(x) = \frac{1}{\sqrt{ch^2(x)+sh^2(x)}} \begin{bmatrix} ch(x) & -ish(x) \\ ish(x) & ch(x) \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$Hu(x) = \frac{1}{\sqrt{ch^2(x)+sh^2(x)}} \begin{bmatrix} ch(x) & -sh(x) \\ sh(x) & ch(x) \end{bmatrix} \quad (9)$$

Продемонструємо квантовий стан кубіта, після використання цих операторів над базисними кубітами

$$Hx(x)0 = \frac{1}{\sqrt{ch^2(x)+sh^2(x)}} (ch(x)0 + ish(x)1) \quad (10)$$

$$Hu(x)0 = \frac{1}{\sqrt{ch^2(x)+sh^2(x)}} (ch(x)0 + sh(x)1) \quad (11)$$

$$Hx(x)1 = \frac{1}{\sqrt{ch^2(x)+sh^2(x)}} (-ish(x)0 + ch(x)1) \quad (12)$$

$$Hu(x)1 = \frac{1}{\sqrt{ch^2(x)+sh^2(x)}} (-sh(x)0 + ch(x)1) \quad (13)$$

Тепер проаналізуємо, математична сподівання спостереження (англ. observable) X, Y, Z.

Дано два квантових стани після використання  $Hx$ ,  $Rx$  (14, 15)

$$\psi = Hx(x)0 \quad (14)$$

$$\phi = Rx(\theta)0 \quad (15)$$

Для Z ми отримуємо такі математичні сподівання (16, 17)

$$\langle Z \rangle = \langle \psi Z \psi \rangle = \frac{1}{ch^2(x)+sh^2(x)} \quad (16)$$

$$\langle Z \rangle = \langle \phi Z \phi \rangle = \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) - \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) = \cos\theta \quad (17)$$

Як ми можемо бачити (рис. 1), математичне сподівання після використання гіперболічного оператора прямує до 1, коли x прямує до нуля, і до нуля, коли x прямує до плюс чи до мінус нескінченності. Ця характеристика, гарна для навчання квантової моделі на основі функції помилки крос-ентропії.

Математичне сподівання (рис. 2) після використання оператора  $Rx$  є тригонометрична функція  $\cos$ . Із-за того, що вона є періодичною, навчання квантової моделі ускладнюється.

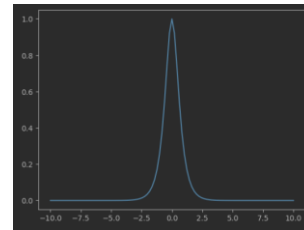


Рис. 1. Графік математичного сподівання Z для кубіта після використання гіперболічного оператора  $Hx$

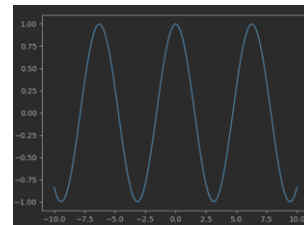


Рис. 2. Графік математичного сподівання Z для кубіта після використання оператора  $Rx$

Для X маємо нулі (18, 19)

$$\langle X \rangle = \langle \psi X \psi \rangle = 0 \quad (18)$$

$$\langle X \rangle = \langle \phi X \phi \rangle = 0 \quad (19)$$

Для Y отримуємо такі математичні сподівання

$$\langle Y \rangle = \langle \psi Y \psi \rangle = -\frac{2ch(x)sh(x)}{ch^2(x)+sh^2(x)} \quad (20)$$

$$\langle Y \rangle = \langle \phi Y \phi \rangle = -2\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = -\sin\theta \quad (21)$$

Як можемо бачити (рис. 3) для математичного сподівання (20), коли ми йдемо до плюс нескінченності, то ми прямуємо до -1, а якщо до мінус нескінченності, то до 1. Це також гарна характеристика, для навчання квантової моделі машинного навчання.

Математичне сподівання (рис. 4) для кубіта, після використання Rx це є тригонометрична функція sin зі знаком мінус. Вона є періодичною, що ускладнює процес навчання моделі.

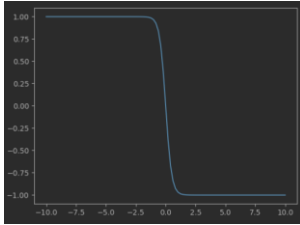


Рис. 3.Графік математичного сподівання Y для кубіта після використання гіперболічного оператора Hx

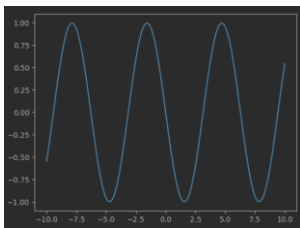


Рис. 4.Графік математичного сподівання Y для кубіта після використання оператора Rx

Тепер розглянемо математичне сподівання кубітів (22, 23), після використання  $H_y$  і  $R_y$

$$|\psi\rangle = H_y(x)|0\rangle \quad (22)$$

$$|\phi\rangle = R_y(\theta)|0\rangle \quad (23)$$

Математичне сподівання Z ми отримуємо таке саме, як і для операторів  $H_x$  і  $R_x$

$$\langle Z \rangle = \langle \psi | Z | \psi \rangle = \frac{1}{ch^2(x) + sh^2(x)} \quad (24)$$

$$\langle Z \rangle = \langle \phi | Z | \phi \rangle = \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) - \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) = \cos\theta \quad (25)$$

Математичне сподівання для X (26, 27), отримуємо такі самі значення, як і для математично сподівання Y після використання квантових операторів  $H_x$ ,  $R_x$  без знака мінус.

$$\langle X \rangle = \langle \psi | X | \psi \rangle = \frac{2ch(x)sh(x)}{ch^2(x) + sh^2(x)} \quad (26)$$

$$\langle X \rangle = \langle \phi | X | \phi \rangle = 2\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = \sin\theta \quad (27)$$

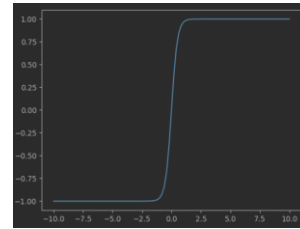


Рис. 5.Графік математичного сподівання X для кубіта після використання гіперболічного оператора  $H_y$

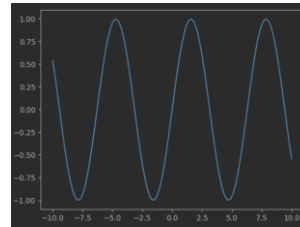


Рис. 6.Графік математичного сподівання X для кубіта після використання оператора  $R_y$

Математичне сподівання Y є нуль для обох кубітів (28, 29)

$$\langle Y \rangle = \langle \psi | Y | \psi \rangle = 0 \quad (28)$$

$$\langle Y \rangle = \langle \phi | Y | \phi \rangle = 0 \quad (29)$$

### III. РЕЗУЛЬТАТИ ЕКСПЕРИМЕНТІВ

Ми побудували дві квантові моделі машинного навчання. Навчали ми на датасеті iris. З датасету iris залиши два класи. Розмір вибірки 100. Розмір навчальної вибірки 70, тестової 30. Датасет збалансований. Для навчання використовували функцію помилки MSE (30)

$$C(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \langle Z_i \rangle)^2 \quad (30)$$

Навчання виконувалося алгоритмом Адам.

Розглянемо першу модель, яка побудована на квантовому операторі  $R_y$ . Топологія моделі наведено на рис. 7

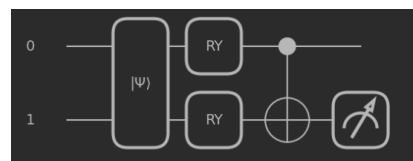


Рис. 7.Квантова схема квантової моделі машинного навчання на базі оператора  $R_y$

На рисунку 8 наведено графік зменшення помилки моделі

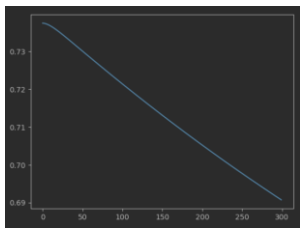


Рис. 8.Графік помилки моделі на базі оператора Ry

Результати прогнозування на тестові вибірці наведенні в таблиці 1

ТАБЛИЦЯ I. Результати прогнозування моделі на операторі Ry

ТАБЛИЦЯ II. ACCURACY	ТАБЛИЦЯ III. RECALL	ТАБЛИЦЯ IV. PRECISION	ТАБЛИЦЯ V. F1
0.63	0	0	0

Як бачимо, якість прогнозування жадлива.

Тепер розглянемо модель з такою самою топологією(рис. 9), але побудована буде вона на гіперболічних операторах, а саме на Hy.

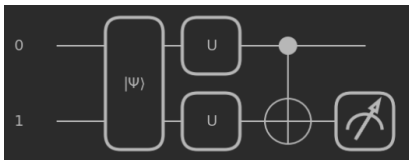


Рис. 9.Квантова схема квантової моделі машинного навчання на базі оператора Hy

На рисунку 10 наведено графік навчання такої моделі

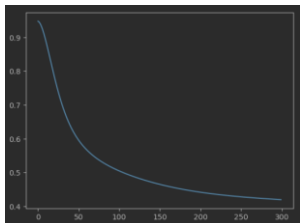


Рис. 10. Графік навчання квантової моделі машинного навчання на базі оператора Hy

Як можемо бачити, швидкість навчання моделі швидше, порівнянно з квантової моделі на базі Ry.

У таблиці 2 можемо бачити чудові результати прогнозування на тестовій вибірці.

ТАБЛИЦЯ II. Результати прогнозування моделі на операторі Hy

ТАБЛИЦЯ VI. ACCURACY	ТАБЛИЦЯ VII. RECALL	ТАБЛИЦЯ VIII. PRECISION	ТАБЛИЦЯ IX. F1
1	1	1	1

#### IV. ВИСНОВОК

Результати експериментів продемонстрували, що квантові моделі, які базуються на гіперболічних операторах демонструють чудові характеристики навчання, порівняно з класичними квантовими операторами, які базують на тригонометричних функціях. На датасеті iris ми змогли досягти точності у 100%. Такого результату вдалося досягти, тому що гіперболічні функції не є періодичними і коли ми прямуємо до плюс чи до мінус нескінченності, тим самим математичне сподівання спостереження прямує до 1 чи до -1.

#### ЛІТЕРАТУРА REFERENCES

- [1] M. Cerezo, Andrew Arrasmith, Ryan Babbush, Simon C. Benjamin, Suguru Endo, Keisuke Fujii, Jarrod R. McClean, Kosuke Mitarai, Xiao Yuan, Lukasz Cincio, and Patrick J. Coles (2019). Variational Quantum Algorithms [Online]. Available: Помилка! Неприпустимий об'єкт гіперпосилання.
- [2] Diego Guala, Shaoming Zhang, Esther Cruz, Carlos A. Riofrío, Johannes Klepsch, Juan Miguel Arrazola (2023). Practical overview of image classification with tensor-network quantum circuits [Online]. Available: Помилка! Неприпустимий об'єкт гіперпосилання.
- [3] L. Wright, F. Barratt, J. Dborin, V. Wimalaweera, B. Coyle, and A. G. Green (2022). Deterministic Tensor Network Classifiers [Online]. Available: Помилка! Неприпустимий об'єкт гіперпосилання.
- [4] Diederik P. Kingma, Jimmy Lei Ba (2014). Adam: A Method For Stochastic Optimization [Online]. Available: <https://arxiv.org/pdf/1412.6980>